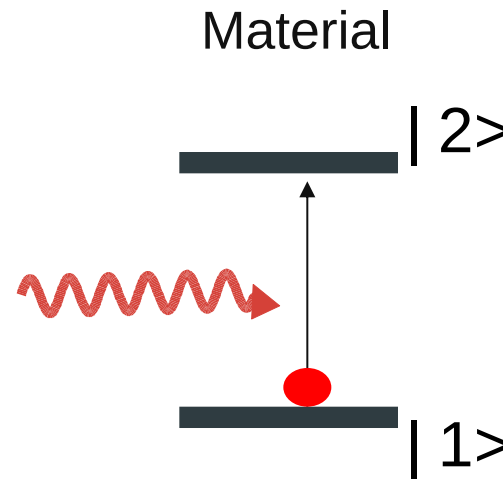


Übersicht über die Vorlesung

- I. Einleitung
- II. Optik in Halbleiterbauelementen
- III. Herstellungstechnologien
- IV. Halbleiterleuchtdioden
- V. Quantenmechanische Grundlagen der Optoelektronik
- VI. Laserdioden
- VII. Modulatoren
- VIII. Weitere Quantenbauelemente

II. Optische Übergänge: Anschaulich

- Elektromagnetische Welle (Licht) rüttelt am Elektron
- Elektron nimmt Energie auf
- „Anheben“ in höheren Zustand



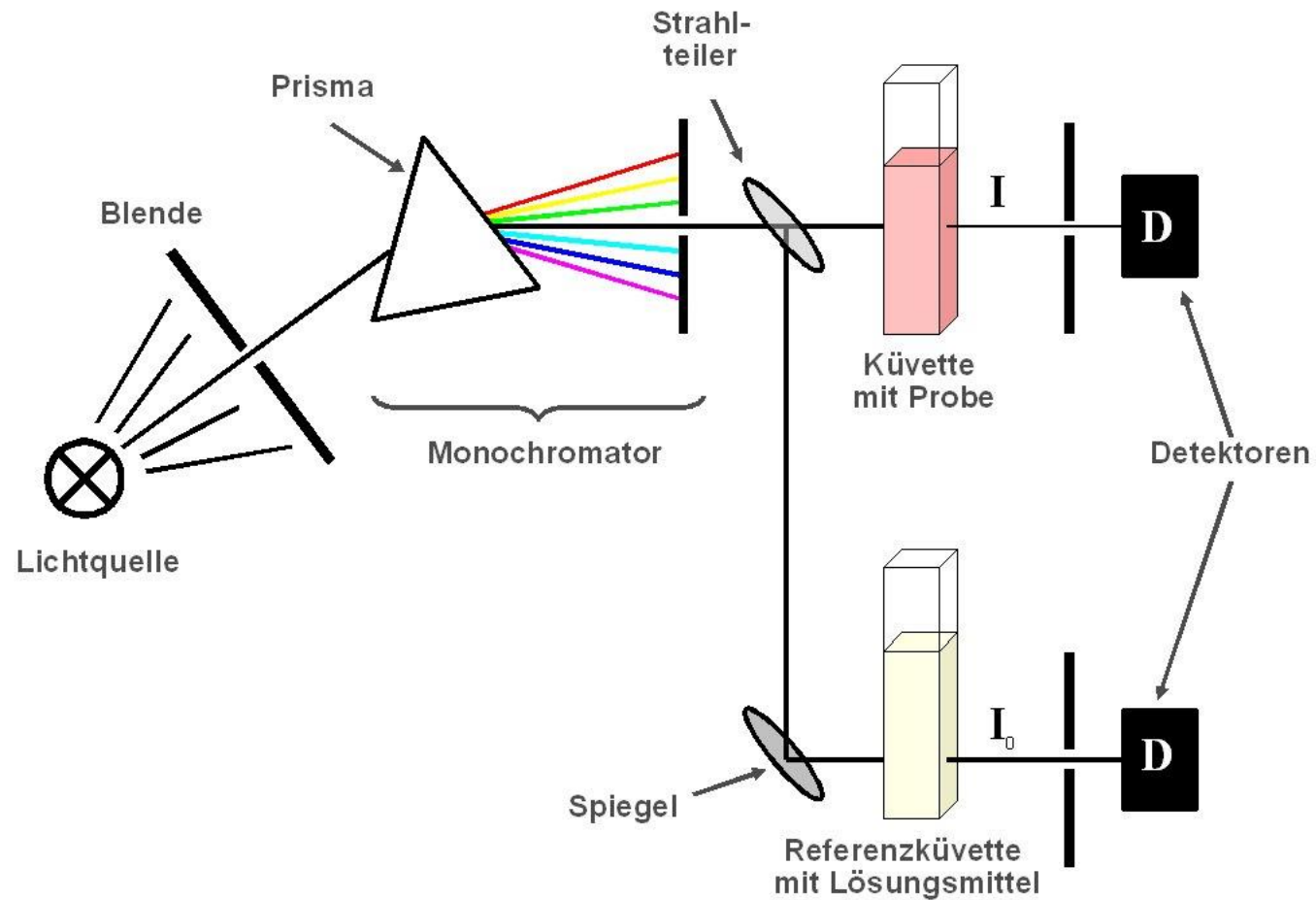
Absorption

Abb.: Schema zur
Absorption an einem Zwei-
Niveausystem

Abb.: Schema zu einem optischen Absorptionsprozess

- Optische Übergänge bestimmen Absorptions- und Emissionsspektren
- Optische Übergänge können je nach Bedarf in unterschiedlich komplexen Modellen diskutiert werden

Absorptionsspektroskopie



Optische Übergänge in der Natur

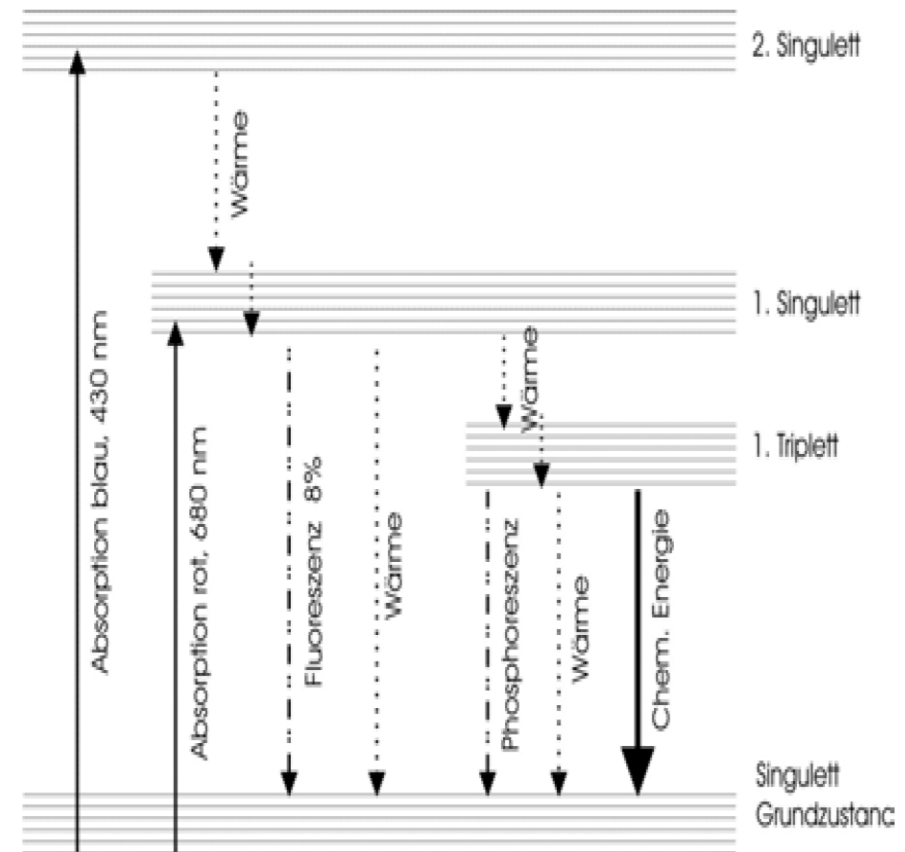
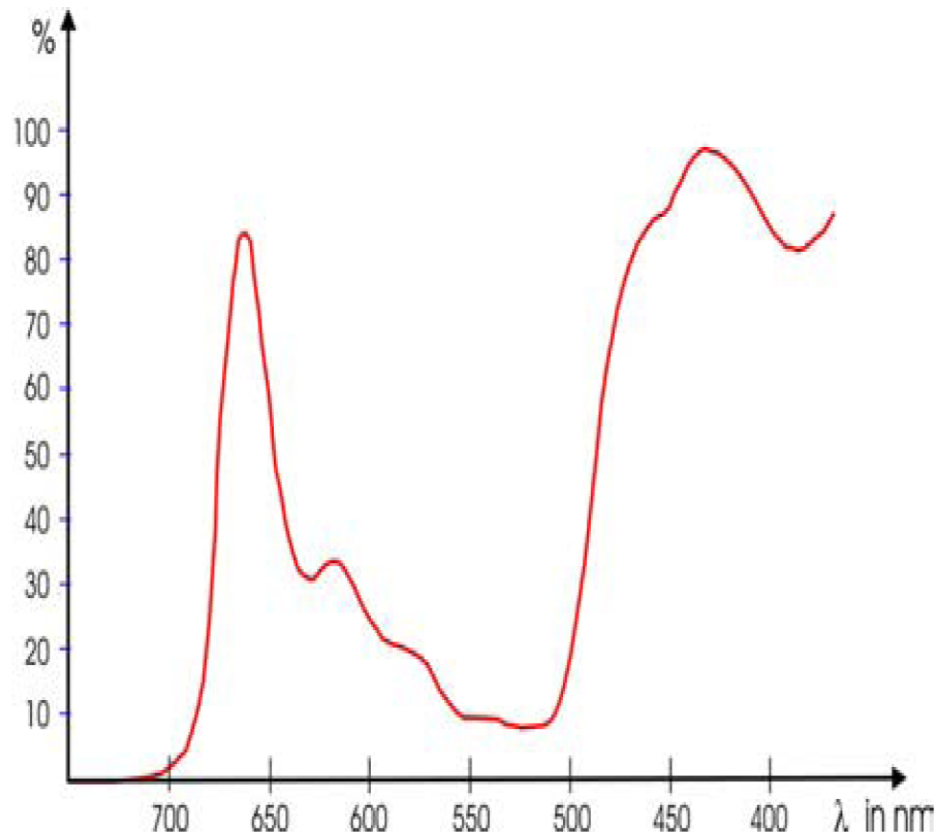
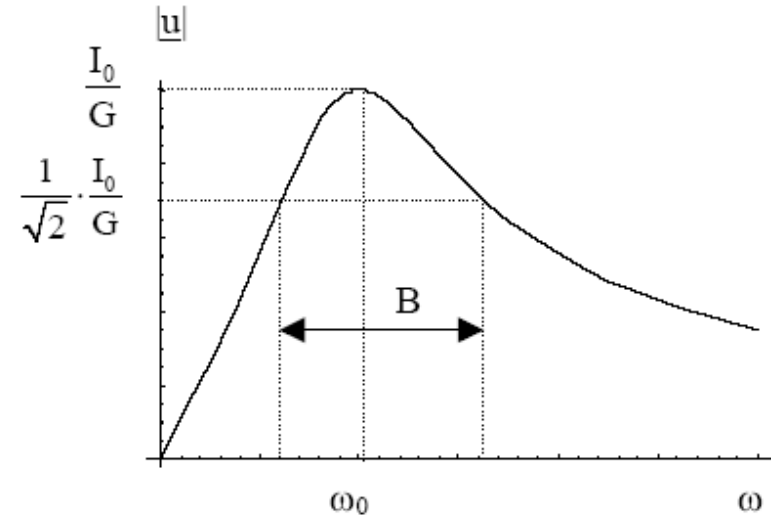
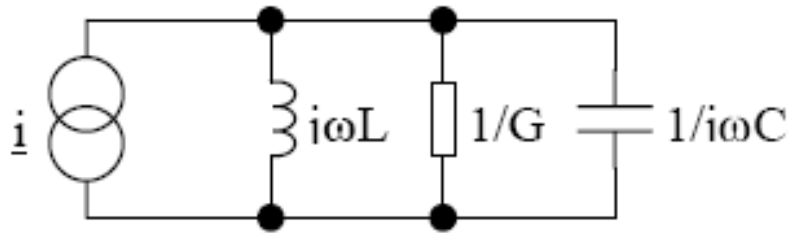


Abb.8 Absorptionsspektrum und Termschema von Chlorophyll

Lit.: Fogg, G.E.; Photosynthese, Klett

Optische Übergänge: Analogie zum Schwingkreis

Abb. : Analogie eines optischen Übergangs zu einem Resonanzschwingkreis



Bei genauer Betrachtung tritt auch bei einem optischen Übergang

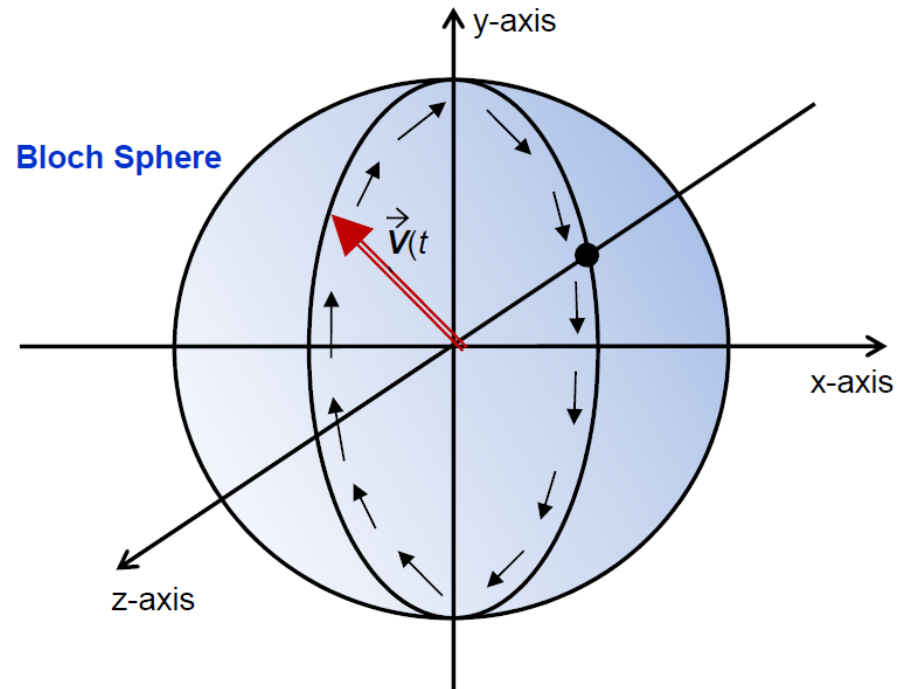
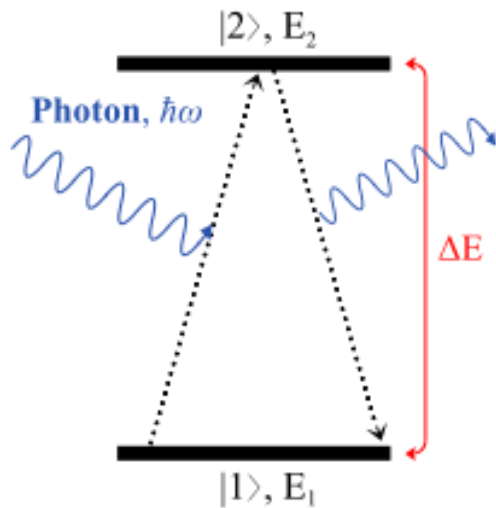
- eine Polarisation (entspricht dem geladenen C)
- und ein Polarisationsstrom auf.

Ein optischer Übergang verhält sich wie ein Schwingkreis mit Antenne.

Optische Übergänge: Die Blochkugel

2.2.1 The Bloch Sphere

The vector $\vec{V}(t)$ completely characterizes the quantum state of an electron interacting with an electromagnetic wave.



The z-component of the vector equals $V_z(t) = [\rho_{22}(t) - \rho_{11}(t)]$ and gives the population difference between the two-levels and can have values between +1 and -1. The other components of the vector $\vec{V}(t)$

Optische Übergänge: Anschaulich

- Elektron „fällt“ von einem Zustand in einen tieferliegenden
- Oszilliert dabei hin und her
- Aussendung von Licht

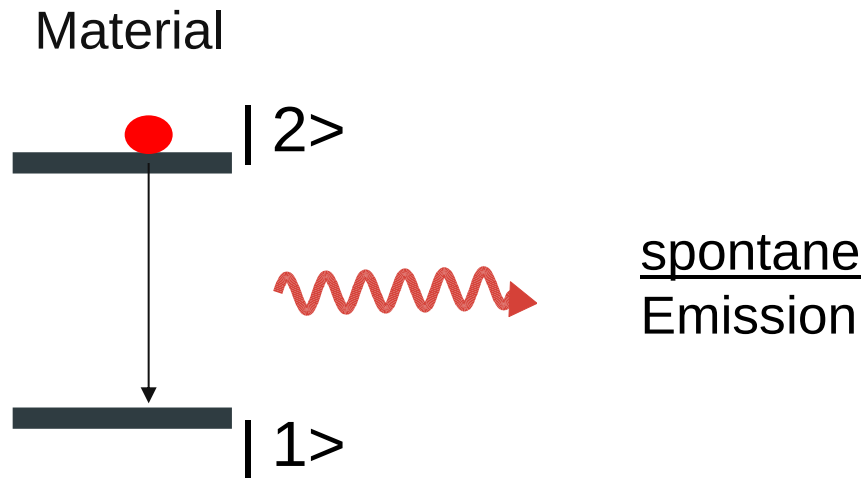


Abb. : Schema zur spontanen Emission an einem Zwei-Niveau-System

Optische Übergänge: Anschaulich

- Elektromagnetische Welle (Licht) rüttelt am Elektron
- Elektron wird von einem Zustand in einen tieferliegenden gerissen
- Oszilliert dabei hin und her
- Aussendung von mehr Licht
- Verstärkung von Licht

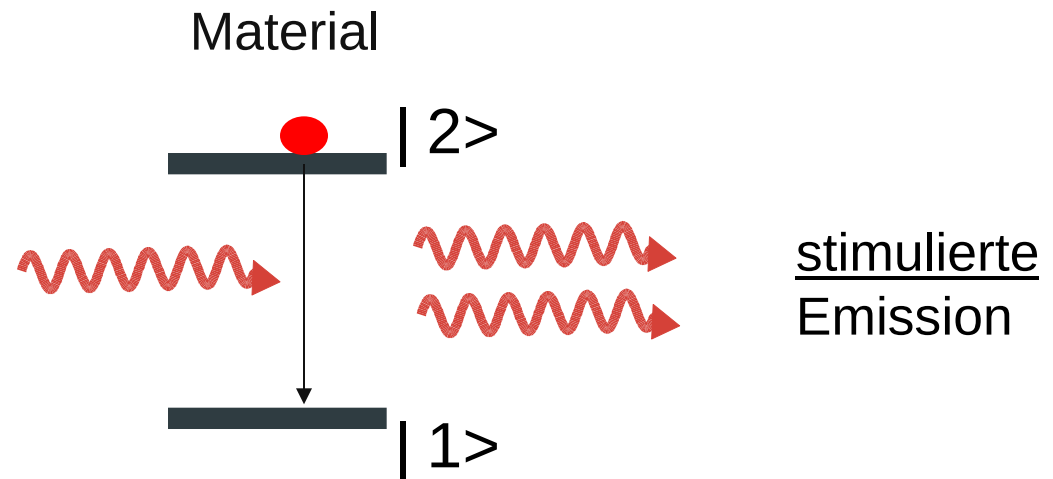
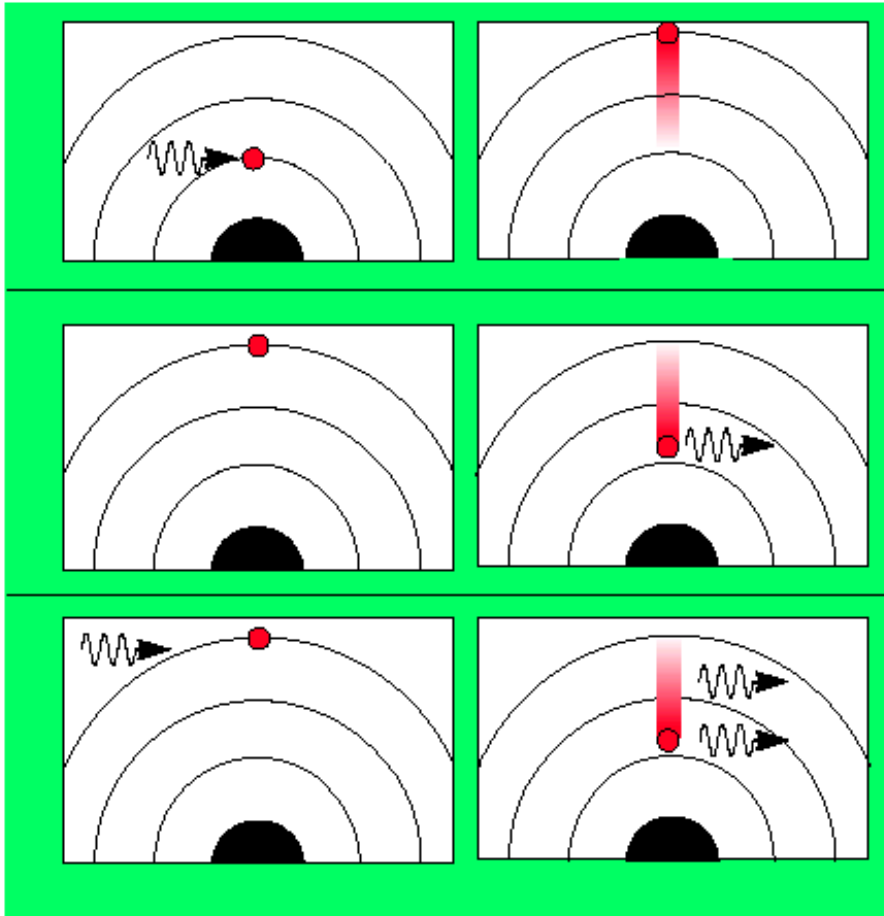


Abb. : Schema zur stimulierten Emission in einem Zweiniveausystem

II.1: Absorption, Spontane Emission, Stimulierte Emission



Stimulierten Emission:
Wechselwirkung eines Photons mit
einem angeregten Medium (Atom,
Molekül, Festkörper) erzeugt zweites
Photon mit:

- derselben Frequenz,
 - derselben Phase,
 - derselben Ausbreitungsrichtung.
- Energie des zweiten Photons
wird Material entnommen

→ Grundlage der Lasertätigkeit

Abb. : Prinzip von Absorption und Emission

Optische Übergänge im Halbleiter

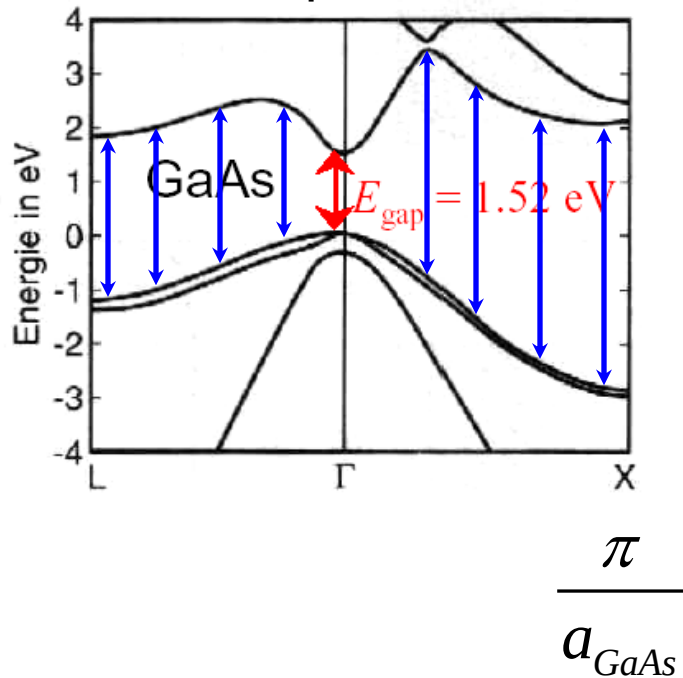


Abb.: Bandstruktur von GaAs

- Optische Eigenschaften werden bestimmt durch optische Übergänge zwischen verschiedenen Bändern
- Optische Übergänge erfolgen unter Impulserhaltung (k-Erhaltung)

$$k_{\text{Photon}}^{800\text{nm}} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{800\text{nm}} = 7,85 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$$

$$k_{\text{el}}^{\text{GaAs}} \approx \frac{\pi}{a_{\text{GaAs}}} = \frac{\pi}{5,65 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 5,56 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

➔ Optische Übergänge erfolgen „senkrecht“

II.: Optik in Halbleiterbauelementen

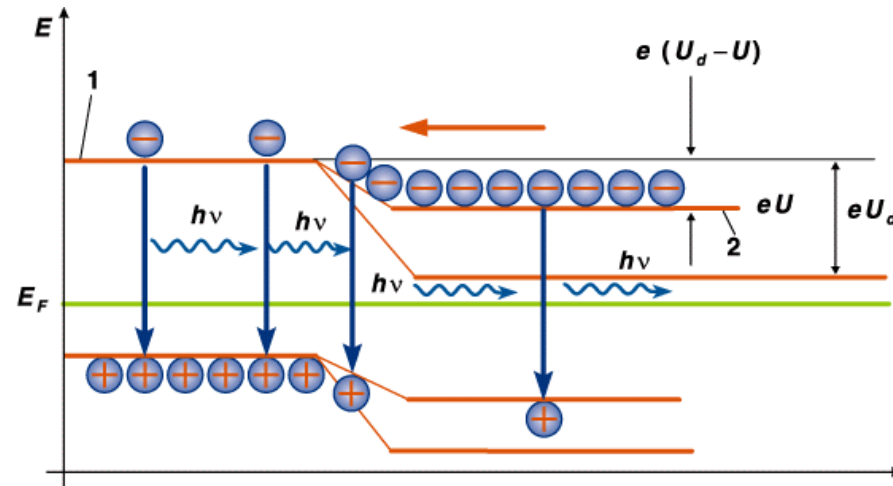
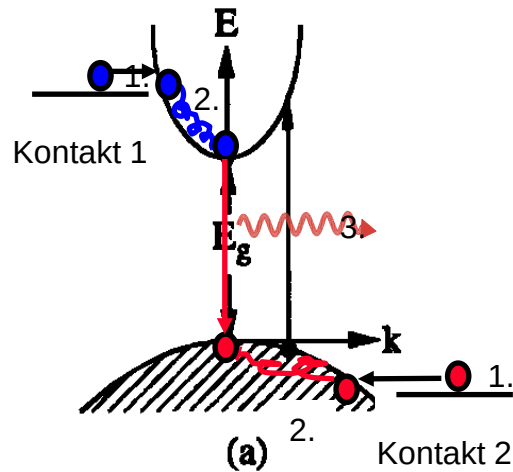


Abb.: Spontane Emission an einem pn-Übergang

Rekombination in der LED:

- statistisch auftretender Prozess
- Energie des Photons ungefähr gleich der Bandlücke
- Ausbreitungsrichtung undefiniert

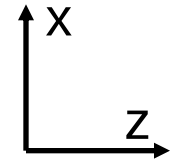
→ reicht nicht aus zur Beschreibung von Halbleiterlaserdioden, mit denen extrem gerichtetes und monochromatisches Licht erzeugt

Übersicht über die Vorlesung

- I. Einleitung
- II. Optik in Halbleiterbauelementen
 - II.0 Optische Übergänge
 - II.1 Emission und Absorption
 - II.2 Gewinn und Verlust
 - II.3 Die Einsteinkoeffizienten
 - II.4 Optik an Grenzflächen
- III. Herstellungstechnologien
- IV. Halbleiterleuchtdioden
- V. Quantenmechanische Grundlagen der Optoelektronik
- VI. Laserdioden
- VII. Modulatoren
- VIII. Weitere Quantenbauelemente

II.2 Gewinn und Verlust

Ebene Wellen als Lösungen der Maxwell-Gleichungen
im Vakuum:



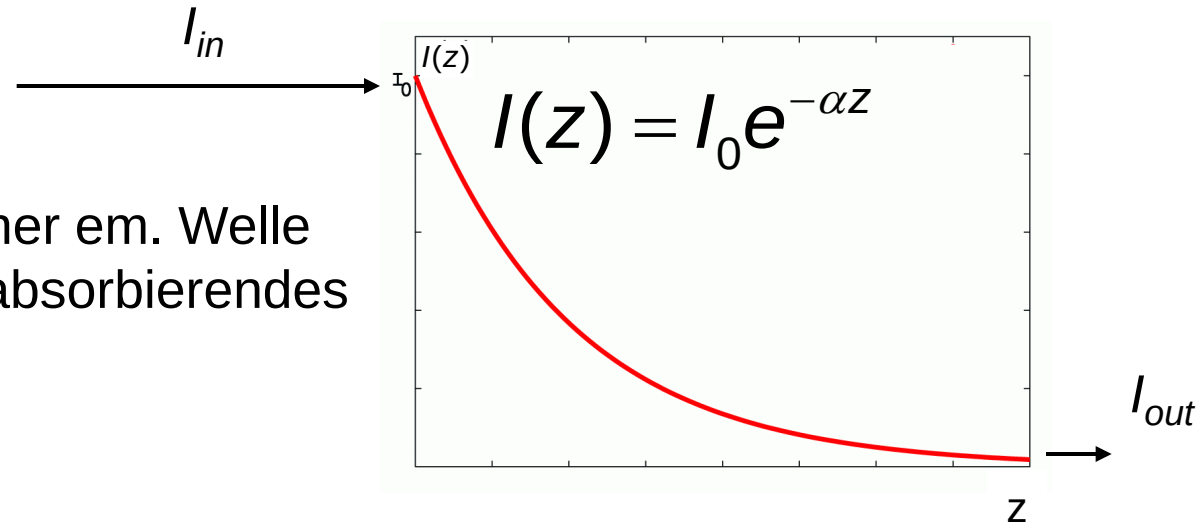
$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0 e^{[j(\vec{k}\vec{r} - \omega t)]}$$

O. B. d. A. in z-Richtung propagierend und in x-Richtung polarisiert
und im Medium mit Brechungsindex n :

$$\vec{E}_x(x, y, z, t) = \vec{e}_x E_{x0} e^{(j(\beta z - \omega t))} \quad \text{mit der Propagationskonstante} \quad \beta = \frac{2\pi n}{\lambda_0}$$

Erweiterung auf Gewinn und Verlust

Dämpfung der Intensität einer em. Welle
beim Durchgang durch ein absorbierendes
Medium



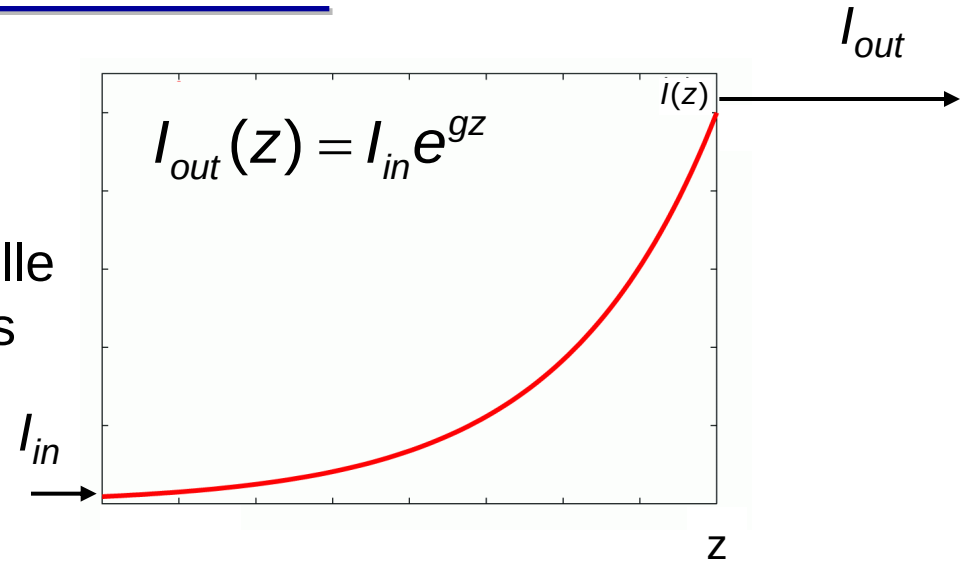
→ kann in Wellengleichung ebenfalls durch Realteil im Exponenten berücksichtigt werden

$$I(z) \propto E^2(z)$$

$$E_x(z) = E_{x0}(j\gamma z) \quad \gamma = \beta + j\frac{\alpha}{2}$$

Erweiterung auf Gewinn und Verlust

Verstärkung der Intensität einer em. Welle
beim Durchgang durch ein verstärkendes
Medium



→ kann in Wellengleichung ebenfalls durch Realteil im Exponenten berücksichtigt werden

$$I(z) \propto E^2(z)$$

$$E_x(z) = E_{x0}(j\gamma z)$$

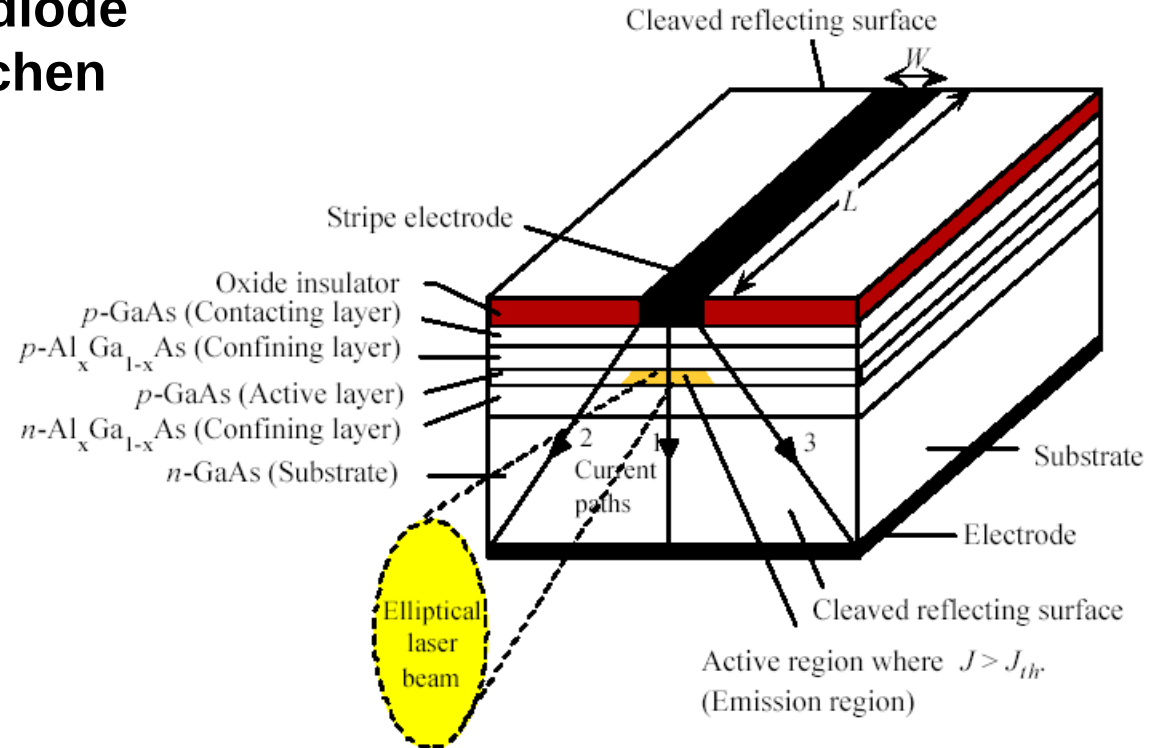
$$\gamma = \beta - j\frac{g}{2}$$

Übersicht über die Vorlesung

- I. Einleitung
- II. Optik in Halbleiterbauelementen
 - II.0 Optische Übergänge
 - II.1 Emission und Absorption
 - II.2 Gewinn und Verlust
 - II.3 Die Einsteinkoeffizienten
 - II.4 Optik an Grenzflächen
- III. Herstellungstechnologien
- IV. Halbleiterleuchtdioden
- V. Quantenmechanische Grundlagen der Optoelektronik
- VI. Laserdioden
- VII. Modulatoren
- VIII. Weitere Quantenbauelemente

II.4 Optik an Grenzflächen

Eine Halbleiterlaserdiode besteht im wesentlichen aus Grenzflächen



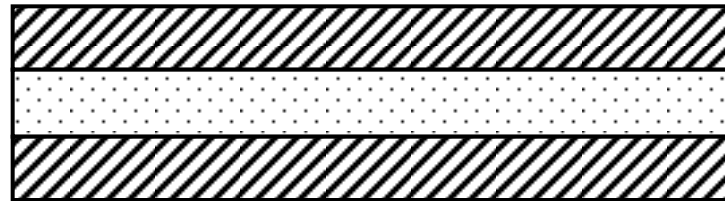
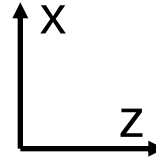
Schematic illustration of the structure of a double heterojunction stripe contact laser diode

Abb. : Schema eines Doppelheterostrukturlasers

II.4 Optik an Grenzflächen

1. Wellenleitung in ebenen Wellenleitern

Wellenleiter:

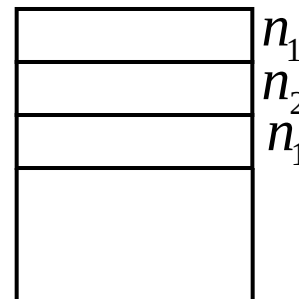


n_c ("Cladding")

n_f (Film)

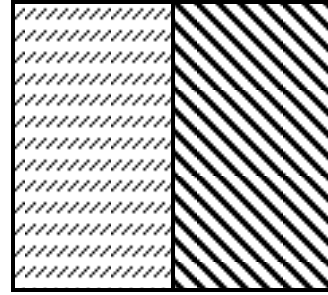
n_s (Substrate)

2. Reflexions- und Antireflexions- schichten



II.4 Optik an Grenzflächen

II.4.1.: Einführung



Medium 1

Medium 2

Fällt eine em. Welle auf eine Grenzfläche, so wird das Verhalten beschrieben durch

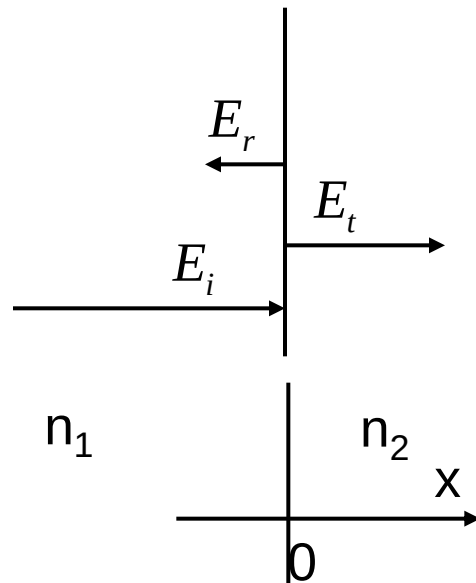
Stetigkeit der Tangentialkomponente

des
E-Feldes
H-Feldes

→ Führt zu Reflexionen

Reflexion und Transmission

Senkrechter Einfall einer ebenen Welle auf Grenzfläche



$$\frac{E_t}{E_i|_{x=0}} = t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

$$\frac{E_r}{E_i|_{x=0}} = r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

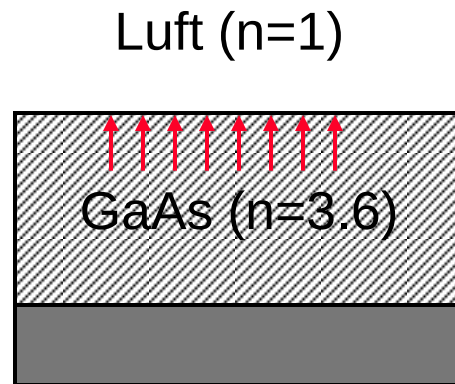
→ Phasensprung von π bei der Reflektion am Übergang vom optisch dünneren zum optisch dichteren Medium

Reflexion bei senkrechtem Einfall

Intensität: $R = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|^2 \quad T = \frac{n_2}{n_1} \left| \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \right|^2$

→ Hohe Reflexion bei hohem Brechzahlunterschied:

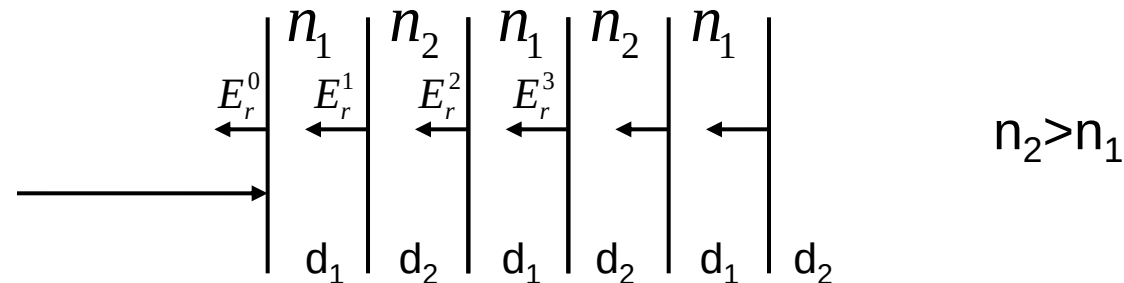
Bsp: GaAs-LED:



$$R = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|^2 = \frac{2,6^2}{4,6^2} \approx 31\%$$

II.4.2 Dielektrische Spiegel

Idee: Erhöhung der Reflexion durch phasenrichtiges Hintereinanderschachteln von Grenzflächen:



Konstruktive Interferenz von $E_{r,2}$ und $E_{r,1}$ falls:

$$2\beta d_2 = 2 \frac{2\pi n_2}{\lambda} d_2 = \pi \quad \Rightarrow \quad d_2 = \frac{\lambda_0}{4n_2}$$

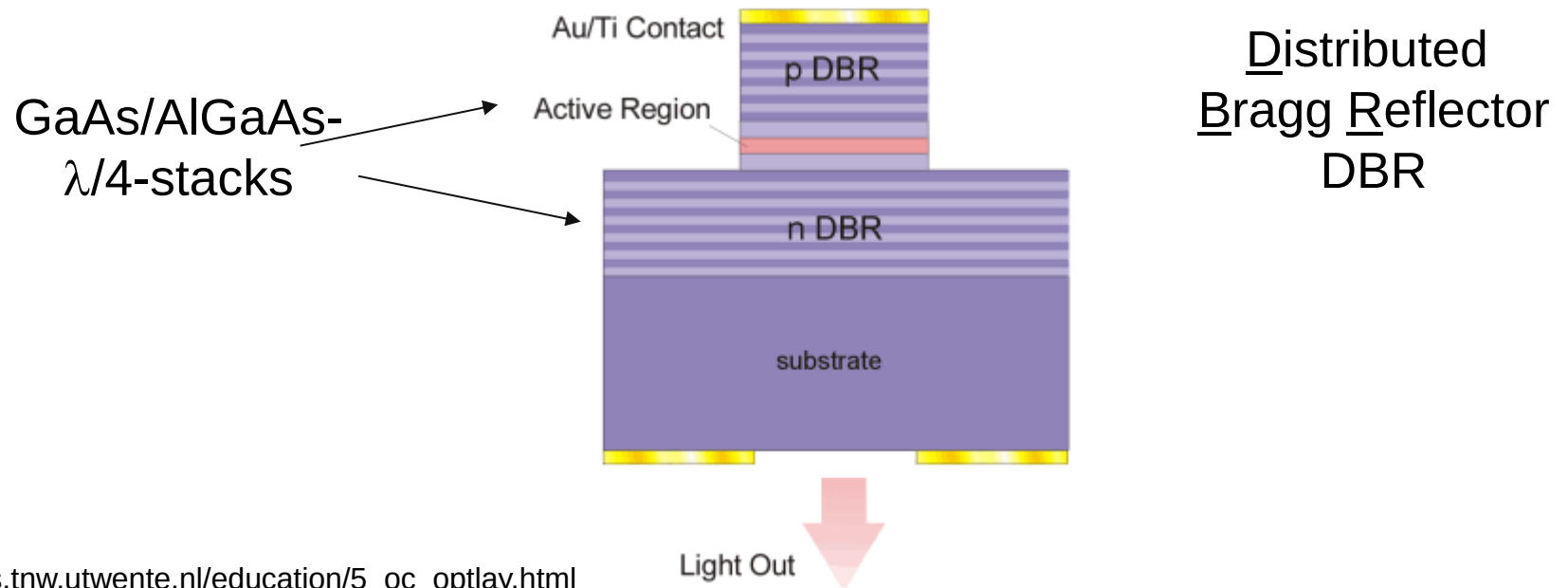
Konstruktive Interferenz von $E_{r,3}$ und $E_{r,2}$ falls:

$$2\beta d_1 + \pi = 2 \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} d_1 + \pi = 2\pi \quad \Rightarrow \quad d_1 = \frac{\lambda_0}{4n_1}$$

Dielektrische Spiegel

- Konstruktive Interferenz aller an den Grenzflächen reflektierten Teilwellen
- Einsatz als dielektrische Spiegelschichten (z.B. in Lasern)

„Lambdaviertelschichten“
„Quarterwavestacks“



II.4.3 Planare Wellenleiter

Schräger Einfall an einer Grenzfläche

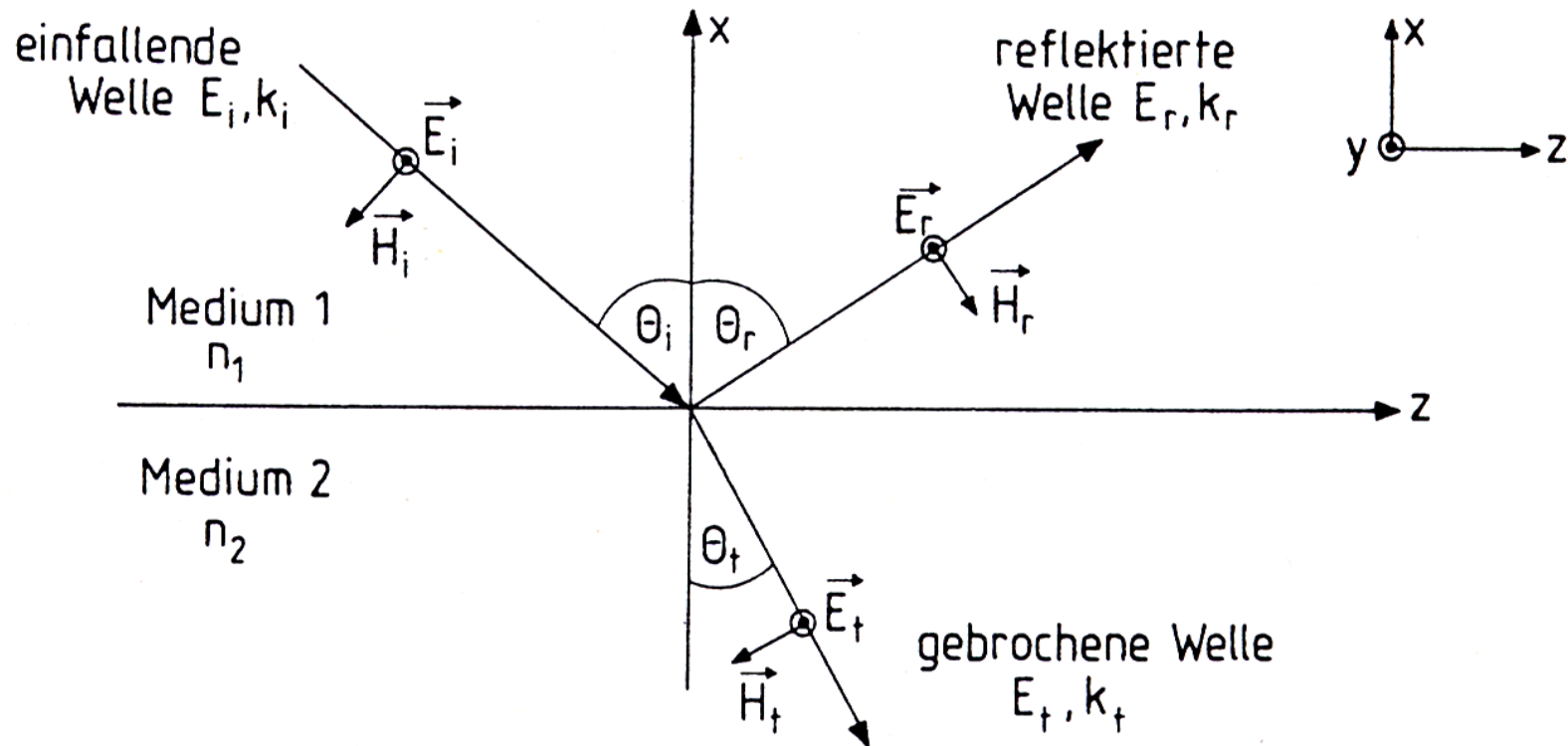
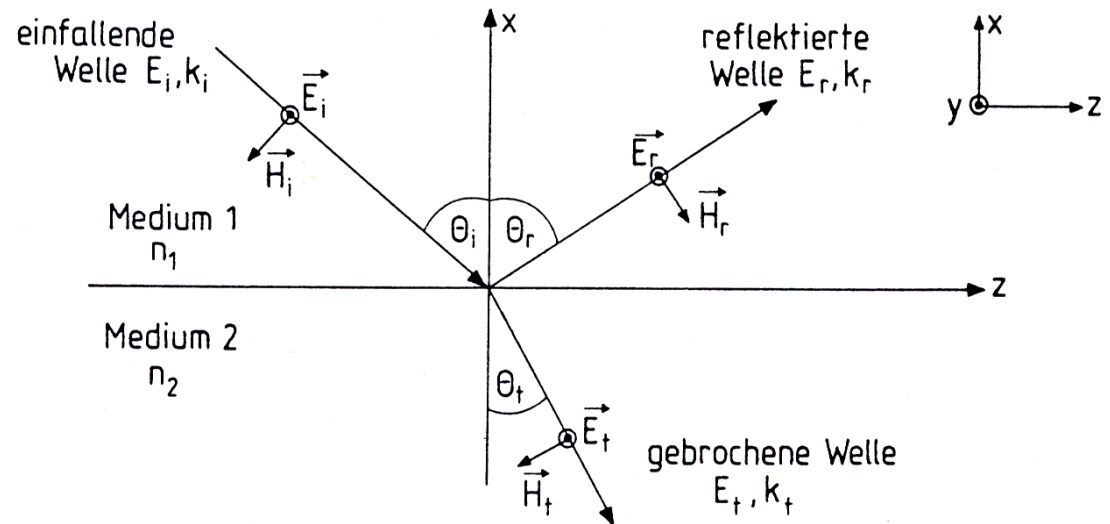


Bild 2.6: Reflexion und Brechung von TE-Wellen an einer ebenen Grenzfläche

lineare TE-Welle
(E-Feld senkrecht zur
Einfallsebene)
(analoge Behandlung
möglichst für TM-
Wellen (E-Feld in
Einfallsebene))



$$\vec{E}_i(x, y, z, t) = \vec{E}_{i,0} e^{[j(\omega t - \vec{\beta}_i \vec{r})]}$$

Ansatz für die Wellen in den Teilbereichen:

$$\vec{\beta}_i = \begin{pmatrix} -n_1 k_0 \cos \Theta_i \\ 0 \\ n_1 k_0 \sin \Theta_i \end{pmatrix} \quad \vec{\beta}_r = \begin{pmatrix} -n_1 k_0 \cos \Theta_r \\ 0 \\ n_1 k_0 \sin \Theta_r \end{pmatrix} \quad \vec{\beta}_t = \begin{pmatrix} -n_2 k_0 \cos \Theta_t \\ 0 \\ n_2 k_0 \sin \Theta_t \end{pmatrix}$$

Reflexion und Brechung

Stetigkeit der

Tangentialkomp. von E an
der Grenzfläche (x=0)

$$E_i e^{(-jk_0 n_1 z \sin \Theta_i)} + E_r e^{(-jk_0 n_1 z \sin \Theta_r)} = E_t e^{(-jk_0 n_2 \sin \Theta_t)}$$

Gilt für alle z: → Phasenfaktor muss unabhängig von z immer gleich sein

$$n_1 \sin \Theta_i = n_1 \sin \Theta_r = n_2 \sin \Theta_t$$

→ Reflexion: $\Theta_i = \Theta_r$

→ Brechung: $n_1 \sin \Theta_i = n_2 \sin \Theta_t$

Für die Amplitude gilt:
$$E_r = \frac{n_1 \cos \Theta_i - n_2 \cos \Theta_t}{n_1 \cos \Theta_i + n_2 \cos \Theta_t} E_i$$

mit:
$$\cos \Theta_t = + \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \Theta_i}$$

für "normale" Reflexion ($n_1 < n_2$)

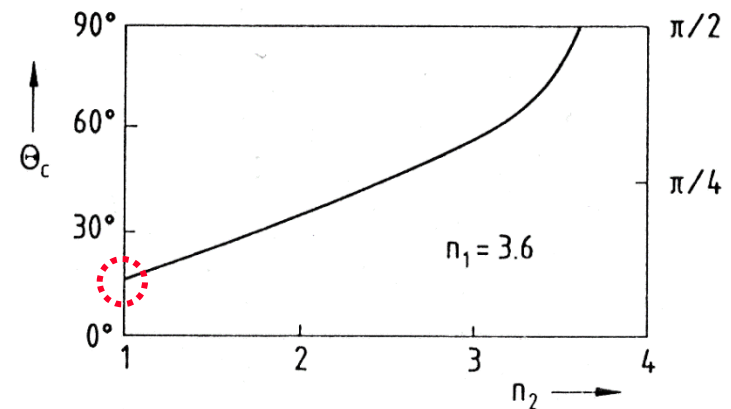
Totalreflexion

Winkel für gebrochenen Strahl: $\cos \Theta_t = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \Theta_i}$

Für $n_1 > n_2$ wird Radikand negativ falls $\Theta_i > \Theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

(Grenzwinkel der Totalreflexion)

Bsp: GaAs
($n_1=3.6$)



gegen Luft: $\Theta_c \approx 16^\circ$

Totalreflexion

Dann gilt für den Winkel θ_t :

$$\cos \Theta_t = -j \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \Theta_i - 1}$$

und für die Amplitude:

$$E_r = \frac{n_1 \cos \Theta_i + j \sqrt{n_1^2 \sin^2 \Theta_i - n_2^2}}{n_1 \cos \Theta_i - j \sqrt{n_1^2 \sin^2 \Theta_i - n_2^2}} E_i$$

also gilt:

$$E_r = E_i e^{(2j\phi)}$$

Das bedeutet: $|E_r|^2 = |E_i|^2 \rightarrow$ **gesamte Intensität wird reflektiert !**

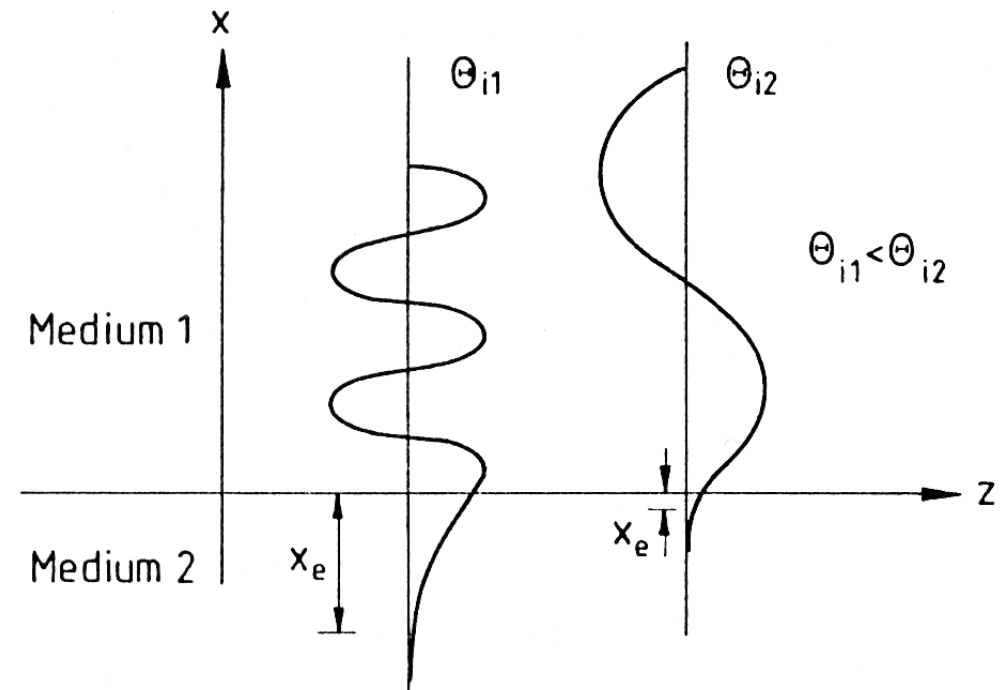
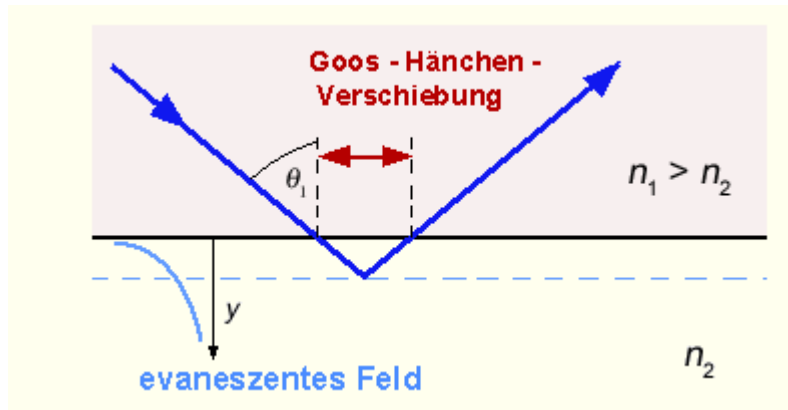
mit Phasenverschiebung:

$$\tan \phi = \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \Theta_i - n_2^2}}{n_1 \cos \Theta_i}$$

Totalreflexion

Transmittierte Welle klingt exponentiell ab mit Eindringtiefe x :

$$x = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{n_1^2 \sin^2 \Theta_i - n_2^2}}$$



Planare Filmwellenleiter

f: Film

C: Cladding (Deckschicht)

S: Substrat

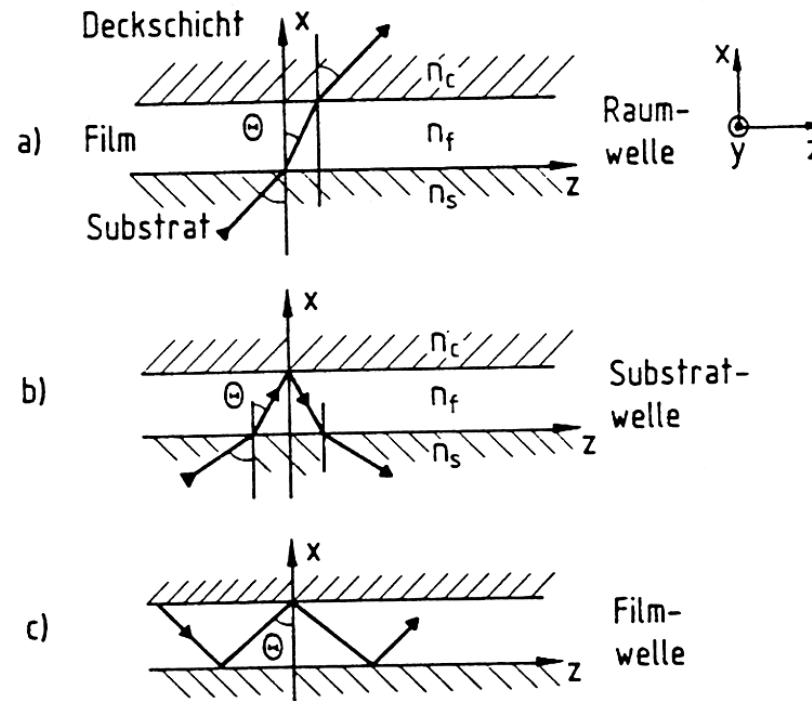


Bild 3.1: Raumwellen a), Substratwellen b) und Filmwellen c) im planaren Wellenleiter, dargestellt im Strahlenmodell

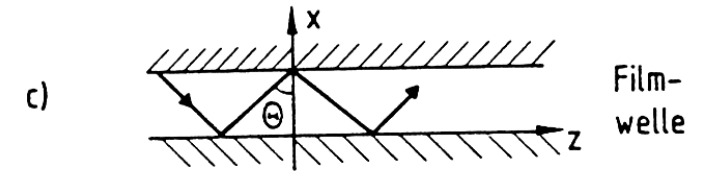
Geführte Filmwelle falls: $\sin \Theta > \frac{n_c}{n_f}$ $\sin \Theta > \frac{n_s}{n_f}$ ($n_f > n_s > n_c$)

$\frac{n_c}{n_f} < \sin \Theta < \frac{n_s}{n_f} \rightarrow$ Substratwelle; $\sin \Theta < \frac{n_c}{n_f} \leq \frac{n_s}{n_f} \rightarrow$ Raumwelle ($\rightarrow$ Abstrahlung)

Wellenleitermoden

Geführte Welle propagiert in z-Richtung mit

$$\beta = n_{\text{eff}} k_0 = n_f \sin \Theta k_0, \text{ wobei } n_s < n_{\text{eff}} < n_f$$



In x-Richtung: Stehende Wellen

→ Lösungen nur für diskrete Θ

Bedingung für die Phasenverschiebung für einen vollen Umlauf:

$$2k_0 n_f h \cos \Theta - 2\phi_c - 2\phi_s = m2\pi$$

$2k_0 n_f$
 h
 Höhe des
Films

$\cos \Theta$

$- 2\phi_c$
 Phasen-
verschiebung
Cladding

$- 2\phi_s$
 Phasen-
verschiebung
Substrat

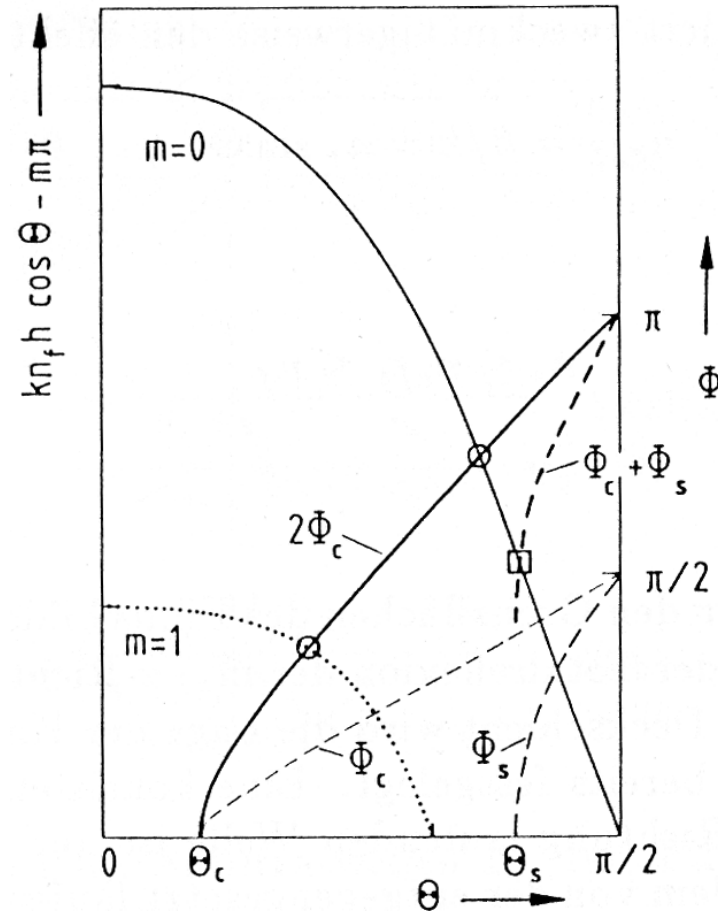
$= m2\pi$

Wellenleitermoden

Graphische Lösung von: $k_0 n_f h \cos \Theta - m\pi = \phi_c + \phi_s$

Symmetrische Wellenleiter:
Immer Lösung möglich

Bei asymmetrischen
Wellenleitern ggf. keine
Lösung möglich
(h unterhalb „cut-off“-
Filmdicke)



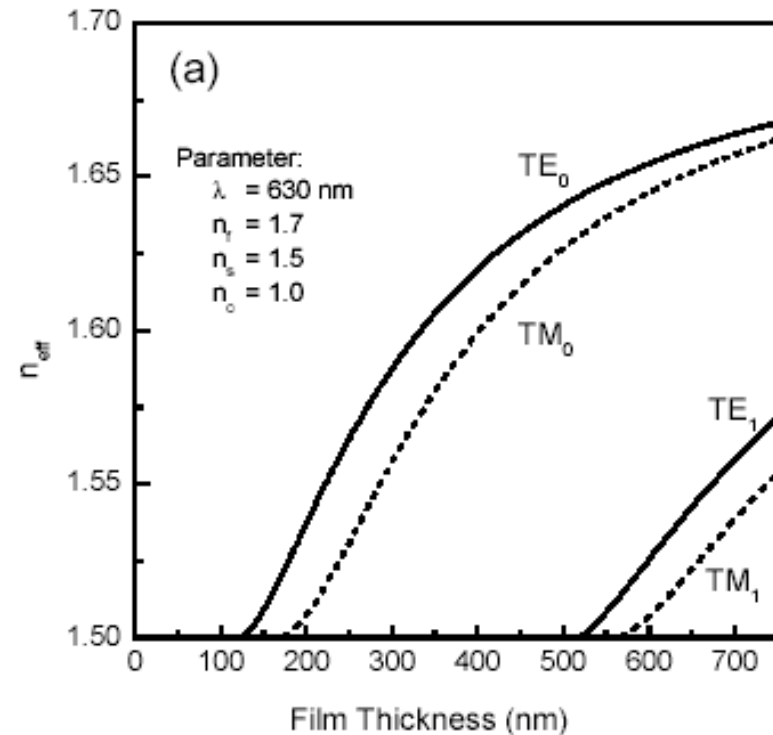
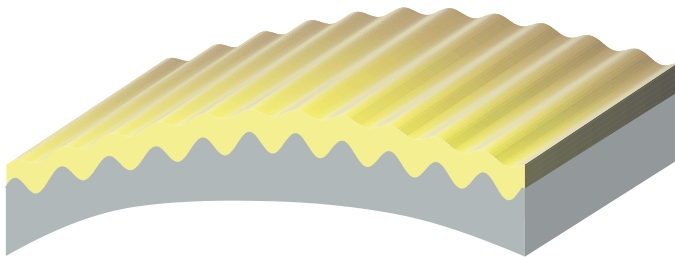
Wellenleitermoden

Klassifizierung der Moden nach m:

$$TE_0, TE_1, \dots$$

$$TM_0, TM_1, \dots$$

Numerische Lösung
der Wellenleitermoden
in einem Polymerlaser



Intensitätsprofil der Grundmode in einem planaren Wellenleiter

TM polarization TE polarization

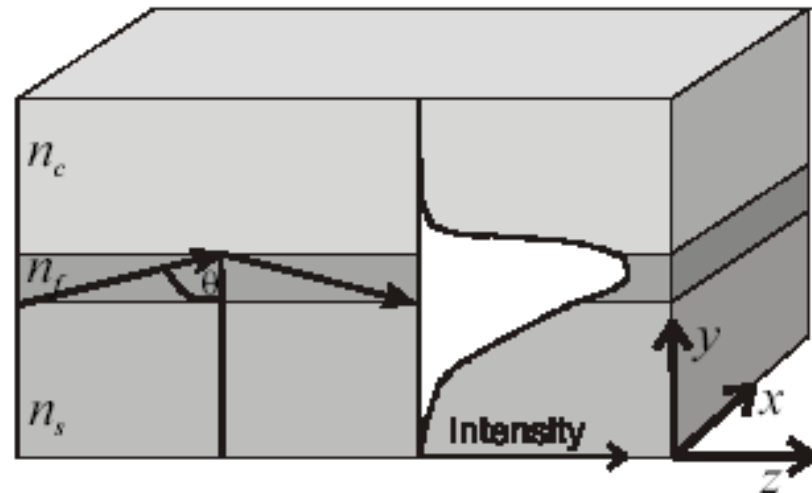


Fig. 2.8: Schematic drawing of a three layer slab waveguide. Plane waves propagating under an angle θ in the film are totally internally reflected at both boundaries. For TM waves the $\mathbf{H}$ -vector is in the waveguide plane (in x -direction), for TE waves it is the $\mathbf{E}$ -vector. The white-filled area sketches a typical intensity distribution in an asymmetric waveguide.

Füllfaktor (Confinement-Faktor)

Optische Verstärkung im Halbleitermaterial: $g_{akt}(E) = -\alpha(E) = \alpha_0(f_e(E_e) + f_h(E_h) - 1)$

Dieser Wert gilt allerdings nur für die Verstärkung in einem Volumenmaterial und berücksichtigt nicht die spezielle Form der Ausbreitung in einem Wellenleiter.

Möchte man den effektiven Gewinn einer geführten Wellenleitermode berechnen, so muss der Füllfaktor (engl. Confinement-Factor) Γ_{akt} berechnet werden:

$$\text{Füllfaktor: } \Gamma_{akt} = \frac{\int_0^d |E(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |E(x)|^2 dx}$$

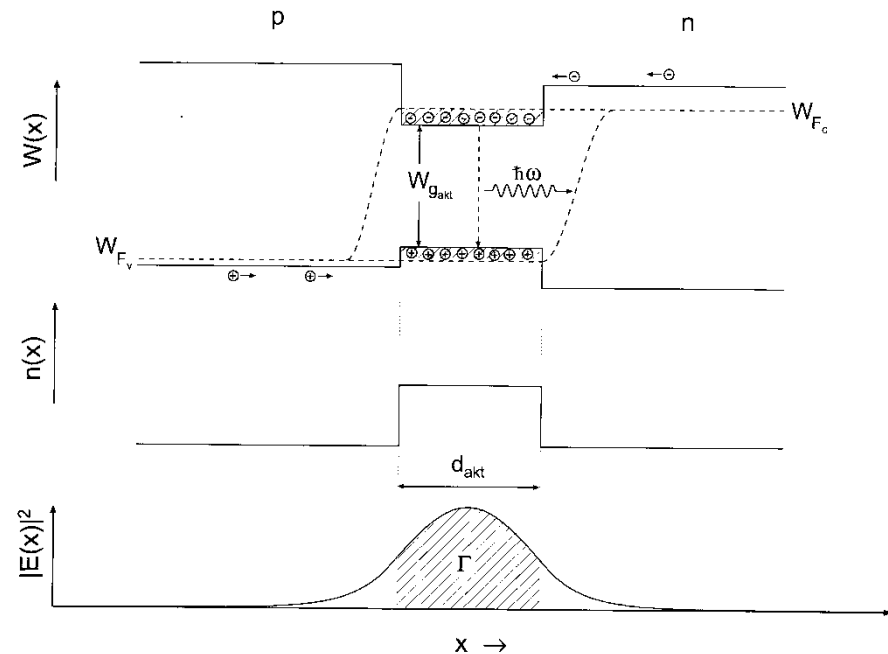


Abb. 19.2. Energiebandschema, Brechzahlverlauf und Intensitätsverteilung der Grundmode einer Doppelheterostruktur-Laserdiode

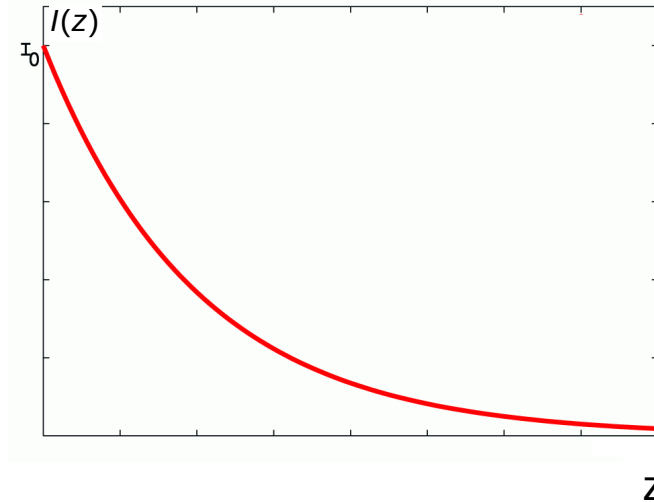
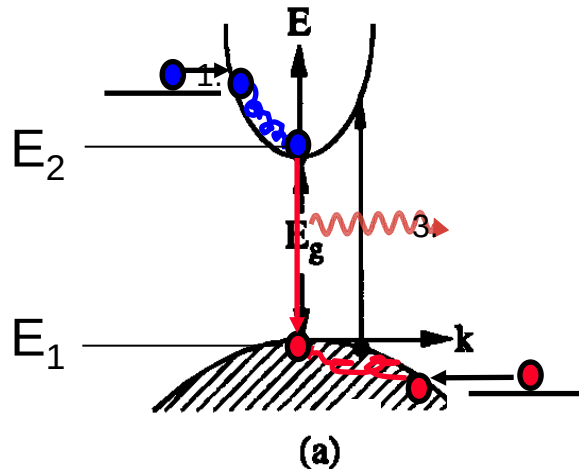
Damit ergibt sich für den modalen Gewinn:

$$g_{mod} = \Gamma_{akt} g_{akt}$$

Übersicht über die Vorlesung

- I. Einleitung
- II. Optik in Halbleiterbauelementen
 - II.0 Optische Übergänge
 - II.1 Emission und Absorption
 - II.2 Gewinn und Verlust
 - II.3 Die Einsteinkoeffizienten
 - II.4 Optik an Grenzflächen
- III. Herstellungstechnologien
- IV. Halbleiterleuchtdioden
- V. Quantenmechanische Grundlagen der Optoelektronik
- VI. Laserdioden
- VII. Modulatoren
- VIII. Weitere Quantenbauelemente

Absorption/Verstärkung in angeregten Halbleitern



Ein optischer Übergang kann nur stattfinden, wenn der Ausgangszustand besetzt und der Endzustand unbesetzt ist (Pauli-Prinzip):

Für den effektiven Absorptionskoeffizienten ergibt sich damit:

$$\alpha_{net} = \alpha_0 \left[f(E_1)(1 - f(E_2)) - \underbrace{f(E_2)(1 - f(E_1))}_{\text{stim. Em.}} \right]$$

$$= \alpha_0 [f(E_1) - f(E_2)] = \alpha_0 (1 - f_h(E_1) - f_e(E_2))$$

Für die Intensität gilt beim Durchlauf durch einen Halbleiter:

$$I(z) = I_0 \exp(-\alpha_{net} z)$$

Optische Verstärkung

Jegliche Anwesenheit von Ladungsträgern führt zu einer Verringerung der Band-Band-Absorption (Ausbleichen.)

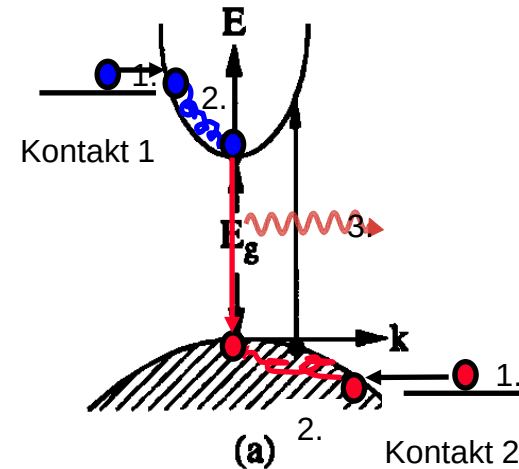
Positive optische Verstärkung (negative Absorption), exponentieller Anstieg der Lichtintensität beim Durchgang durch das Material falls:

$$f_e + f_h > 1$$

für die entsprechende Photonenenergie

Die negative Absorption wird oft als optischer Gewinn bezeichnet:

$$g(\hbar\omega) = -\alpha(\hbar\omega) = \alpha_0(f_e(E_e) + f_h(E_h) - 1)$$



Übersicht über die Vorlesung

- I. Einleitung
- II. Optik in Halbleiterbauelementen
 - II.0 Optische Übergänge
 - II.1 Emission und Absorption
 - II.2 Gewinn und Verlust
 - II.3 Die Einsteinkoeffizienten
 - II.4 Optik an Grenzflächen
- III. Herstellungstechnologien
- IV. Halbleiterleuchtdioden
- V. Quantenmechanische Grundlagen der Optoelektronik
- VI. Laserdioden
- VII. Modulatoren
- VIII. Weitere Quantenbauelemente

II.3 Die Einsteinkoeffizienten

Quantitative Analyse dieser Prozesse:
Modellsystem aus zwei Niveaus $|1\rangle$ und $|2\rangle$

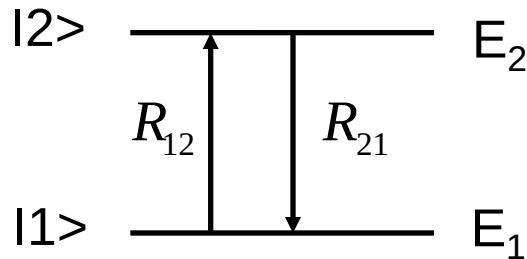


Abb.: Absorption und stimulierte Emission
am 2-Niveau-System

Optische Übergänge nur,
wenn die Energie der Photonen exakt dem
energetischen Abstand der beiden Niveaus
entspricht.

$n_{ph}(E_{12})$: Anzahl der Photonen
im "passenden" Energieintervall

Übergänge zwischen den beiden Niveau finden mit den Raten R_{12} und R_{21} statt.

Absorption: Elektronen werden von
 $|1\rangle$ nach $|2\rangle$ angeregt.

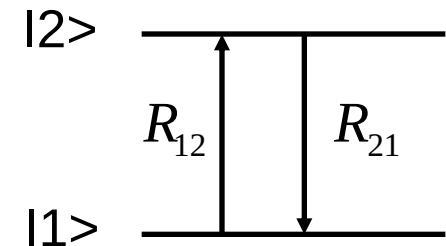
Rate $\tilde{R}_{12}$ für diesen Prozess, wenn Elektron sich
in $|1\rangle$ befindet:

$$R_{12} = B_{12} n_{ph}(E_{12}) \quad B_{12} : (1. \text{ Einsteinkoeffizient})$$

Absorption, Spontane u. Stimulierte Emission

- Absorption kann allerdings nur stattfinden, wenn Zustand $|1\rangle$ besetzt und Zustand $|2\rangle$ unbesetzt ist (Pauli-Prinzip)
- im thermodynamischen Gleichgewicht wird die Besetzung durch Besetzungsfunktionen $f(E)$ beschrieben:

$$R_{12} = B_{12}f(E_1)(1-f(E_2))n_{ph}(E_{12})$$



Ganz ähnlich ergibt sich für die stimulierte Emission:

Glg. II.1

$$R_{21,stim} = B_{21}f(E_2)(1-f(E_1))n_{ph}(E_{12})$$

Und für die spontane Emission:

$$R_{21,spont} = A_{21}f(E_2)(1-f(E_1))$$

Im thermischen Gleichgewicht gilt:

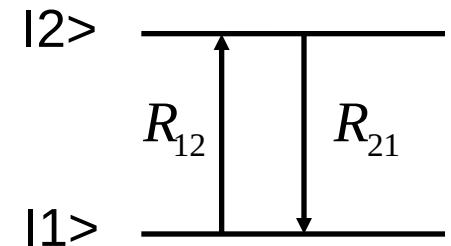
$$R_{12} = R_{21,stim} + R_{21,spont} \quad \text{Glg. II.2}$$

Absorption, Spontane u. Stimulierte Emission

Besetzung der elektronischen Niveaus $|1\rangle$ und $|2\rangle$ erfolgt nach Fermi-Dirac-Funktion:

$$f(E_i) = \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{E_i - E_F}{k_B T}\right)}}$$

$$R_{12} = R_{21,stim} + R_{21,spont}$$



Photonen: Quanten des elektromagnetischen Feldes

Beschreibung erfolgt in einem ähnlichen Formalismus wie bei den Elektronen

wichtiger Unterschied:

Elektronen sind Fermionen (Spin 1/2) $\leftrightarrow$ Photonen sind Bosonen (Spin 1)

- keine zwei Fermionen im gleichen Quantenzustand
- keine Problem für Bosonen (sonst keine stimulierte Emission und kein Laser)

Absorption, Spontane u. Stimulierte Emission

Die Besetzung von vorgegebenen photonischen Zuständen erfolgt nach der Bose-Einstein-Verteilung:

$$n_{BE}(E, T) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E}{k_B T}\right)} - 1}$$

Anzahl von Photonen bei einer bestimmten Energie muss photonische Zustandsdichte g_{Ph} berücksichtigen:

$$\rightarrow n_{Ph}(E_{12}, T) = g_{Ph}(E_{12}) n_{BE}(E_{12}, T)$$

Photonische Zustandsdichte (Berechnung erfolgt analog wie bei Elektronen):

$$g_{Ph}(E) = \frac{8\pi n^3 E^2}{h^3 c^3}$$

(Brechungsindex ändert die photonische Zustandsdichte !)

Die Einsteinkoeffizienten

$$R_{12} = R_{21,stim} + R_{21,spont} \quad \text{Glg. II.2}$$

Einsetzen der Ausdrücke in Glg. II.2 und
Umformung ergibt:

$$\underbrace{\frac{A_{21}}{g_{Ph}(E_{12})}}_{T\text{-unabhängig}} = \frac{B_{12} e^{\left(\frac{E_{12}}{k_B T}\right)} - B_{21}}{\underbrace{e^{\left(\frac{E_{12}}{k_B T}\right)} - 1}_{T\text{-abhängig}}}$$

Linke Seite: T -unabhängiger Ausdruck

Rechte Seite: T -abhängiger Ausdruck

Annahmen waren unabhängig von $T \rightarrow$ rechte Seite muss auch
 T -unabhängig sein

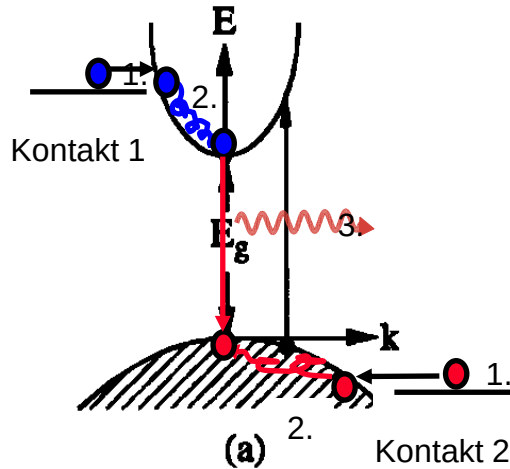
$$\rightarrow B_{12} = B_{21}$$

$$B_{12} = B_{21}$$

Absorption und stimulierte Emission erfolgen mit den gleichen
Raten

Große Absorption $\leftrightarrow$ Große stimulierte Emission

Die Einsteinkoeffizienten



Spontane Emissionsrate kann aus Absorption bzw. stimulierter Emission berechnet werden

$$A_{21} = g_{Ph}(E_{12}) \cdot B_{12} = B_{21} \cdot \frac{8\pi n_r^3 E_{12}^2}{h^3 c^3}$$

Dies bedeutet:

- spontane Emission, stimulierte Emission und Absorption sind proportional zueinander